机密★启用前

2022 年 4 月高等教育自学考试全国统一考试

工程数学（概率论与数理统计）

（课程代码　10992）

注意事项：

1. 本试卷分为两部分，第一部分为选择题，第二部分为非选择题。
2. 应考者必须按试题顺序在答题卡（纸）指定位置上作答，答在试卷上无效。
3. 涂写部分、画图部分必须使用 2B 铅笔，书写部分必须使用黑色字迹签字笔。

第一部分　选择题

一、单项选择题：本大题共 16 小题，每小题 1 分，共 16 分。在每小题列出的备选项中只有一项是最符合题目要求的，请将其选出。

1. 设随机试验 E 为：抛两个骰子，观察点数之和。则 E 的样本空间是

A. $\{2,4,6,\cdots,12\}$　　B. $\{0,1,2,\cdots,5\}$

C. $\{2,3,4,\cdots,12\}$　　D. $\{0,\pm1,\pm2,\cdots,\pm5\}$

2. 设 A,B,C 是三个随机事件，则能表示“A,B,C 至少有一个发生”的是

A. $\overline{ABC}$　　B. $\overline{A}\cup\overline{B}\cup\overline{C}$

C. $AB\cup BC\cup AC$　　D. $A\cup B\cup C$

3. 若事件 A,B,C 两两相互独立，则下列结论中，必定正确的是

A. $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A)P(B)$

B. A,B,C 相互独立

C. $P(A-B-C)=P(A)-P(B)-P(C)$

D. $P(A\cup B)=P(A)+P(B)$

4. 设盒子里放有外形完全相同的 5 只乒乓球，其中白球 3 只，黄球 2 只。现从中随机抽取两只，记 X 为取出的白球的数量。则 X 的分布律是

A. $P(X=0)=0.1,P(X=1)=0.6,P(X=2)=0.3,P(X=3)=0.1$

B. $P(X=1)=0.6,P(X=2)=0.3$

C. $P(X=1)=0.6,P(X=2)=0.3,P(X=3)=0.1$

D. $P(X=0)=0.1,P(X=1)=0.6,P(X=2)=0.3$

5. 设 $X\sim U(0,5)$，则 $P(-1\le X<3)=$

A. 0.6　　B. 0.8

C. 3　　D. 4

6. 设 $X\sim e(1)$，则 $Y=X+1$ 的概率密度为

A. $f_Y(y)=\begin{cases}e^{-y-1}, & y>1\\ 0, & y\le 1\end{cases}$　　B. $f_Y(y)=\begin{cases}e^{1-y}, & y>1\\ 0, & y\le 1\end{cases}$

C. $f_Y(y)=\begin{cases}e^{-y-1}, & y>0\\ 0, & y\le 0\end{cases}$　　D. $f_Y(y)=\begin{cases}e^{1-y}, & y>0\\ 0, & y\le 0\end{cases}$

7. 设 $F(x,y)$ 是二维随机变量 (X,Y) 的分布函数，则下列结论中，错误的是

A. $F(-\infty,y)=0$　　B. $F(+\infty,y)=F_Y(y)$

C. $F(+\infty,+\infty)=1$　　D. $F(x,+\infty)=0$

8. 设二维离散型随机变量 (X,Y) 的分布律为：$P(X=1,Y=0)=0.1$，$P(X=1,Y=1)=0.3$，$P(X=2,Y=0)=0.4$，$P(X=2,Y=1)=0.2$，则 $P(X=1\,|\,Y=0)=$

A. 0.1　　B. 0.2

C. 0.25　　D. 0.3

9. 设 $X\sim N(1,4^2),Y\sim N(1,3^2)$，且 X,Y 相互独立，则 $X-Y\sim$

A. $N(0,7)$　　B. $N(0,25)$

C. $N(1,7)$　　D. $N(1,25)$

10. 设 $X\sim B(10,0.7),Y\sim P(3)$，则 $E(X+Y)=$

A. 3　　B. 7

C. 10　　D. 21

11．设 $X\sim U(1,4),Y\sim e(1)$，且 X,Y 相互独立，则 $D(X-Y)=$

A．-0.25　　B．0.75

C．1　　D．1.75

12．设随机变量 X,Y 满足 $E(X)=5,E(Y)=-2,E(XY)=-8$，则 $Cov(2X,-Y)=$

A．-4　　B．-2

C．2　　D．4

13．设 $X\sim\chi^2(5),Y\sim\chi^2(8)$，且 X,Y 相互独立，则 $X+Y\sim$

A．$\chi^2(3)$　　B．$\chi^2(8)$

C．$\chi^2(13)$　　D．$\chi^2(40)$

14．设 $F\sim F(n_1,n_2)$，下列关于 F 的说法中，正确的是

A．$\frac{1}{F}\sim F(n_2,n_1)$　　B．$F_{1-\alpha}(n_1,n_2)=-F_{\alpha}(n_2,n_1)$

C．$\frac{1}{F}\sim F\left(\frac{1}{n_1},\frac{1}{n_2}\right)$　　D．$F_{1-\alpha}(n_1,n_2)=\frac{1}{F_{\alpha}(n_1,n_2)}$

15．设 $X_1,X_2,\cdots,X_n$ 是来自总体 $X\sim U(0,b)$ 的一个样本，$\overline{X}$ 是样本均值，$b>0$ 是未知参数，则 b 的矩估计为

A．$\overline{X}$　　B．$2\overline{X}$

C．$\min\{X_1,X_2,\cdots,X_n\}$　　D．$\max\{X_1,X_2,\cdots,X_n\}$

16．设 θ 是总体 X 的未知参数，若 $\hat{\theta}$ 是 θ 的无偏估计量，则

A．$E(\hat{\theta})<\theta$　　B．$E(\hat{\theta})>\theta$

C．$E(\hat{\theta})=\theta$　　D．$E(\hat{\theta})\neq\theta$

二、多项选择题：本大题共 5 小题，每小题 2 分，共 10 分。在每小题列出的备选项中至少有两项是符合题目要求的，请将其选出，错选、多选或少选均无分。

17．下列试验中可视为 n 重伯努利试验的有

A．抛一个骰子 3 次，观察点数之和

B．抛一个硬币 5 次，观察正面朝上的次数

C．坐电梯从 1 楼到 9 楼，观察所需的时间

D．同一射手向同一目标独立重复地射击 4 次，观察目标被命中的次数

E．一批学员同时参加某门考试，观察考核通过的人数（假设每个学员的通过率相同）

18．设 $F(x)$ 是离散型随机变量 X 的分布函数，则下列说法中，正确的有

A．$F(x)$ 的最小值为 0

B．$F(x)$ 的最大值为 1

C．$F(x)$ 是分段函数，每个分段点都是 X 可能取到的值

D．$F(x)$ 是分段函数，每段都是常数

E．$F(x)$ 是严格单调递增函数，即：若 $x_1<x_2$，则必有 $F(x_1)<F(x_2)$

19．设随机变量 (X,Y) 服从参数为 $\mu_1,\mu_2,\sigma_1^2,\sigma_2^2,\rho$ 的二维正态分布，则下列说法中，正确的有

A．X 服从正态分布　　B．Y 不服从正态分布

C．$\rho=Cov(X,Y)$　　D．X,Y 相互独立时 $\rho=0$

E．$\rho=0$ 时 X,Y 相互独立

20．设随机变量 X 的期望和方差分别为 $E(X)=4,D(X)=25$，要求利用切比雪夫不等式估计概率，则下列结论中，正确的有

A．$P\{-5<X<15\}\geq 0.96$　　B．$P\{|X-5|\geq 10\}\leq 0.04$

C．$P\{-6<X<14\}\geq 0.75$　　D．$P\{|X-4|\geq 10\}\leq 0.25$

E．$P\{|X-5|\geq 8\}\leq 0.0625$

21．设 $X_1,X_2,\cdots,X_{16}$ 和 $Y_1,Y_2,\cdots,Y_{25}$ 分别是来自正态总体 $N(\mu_1,\sigma_1^2)$ 和 $N(\mu_2,\sigma_2^2)$ 的两个相互独立的样本，记 $\overline{X}=\frac{1}{16}\sum_{k=1}^{16}X_k$，$\overline{Y}=\frac{1}{25}\sum_{k=1}^{25}Y_k$，$S_1=\sqrt{\frac{1}{15}\sum_{k=1}^{16}(X_k-\overline{X})^2}$，$S_2=\sqrt{\frac{1}{24}\sum_{k=1}^{25}(Y_k-\overline{Y})^2}$，$S_\omega=\sqrt{\frac{15S_1^2+24S_2^2}{39}}$，则下列结论中正确的有

A．$\frac{\overline{X}-\mu_1}{\sigma_1/4}\sim N(0,1)$　　B．$\frac{\overline{Y}-\mu_2}{S_2/5}\sim t(25)$

C．$\frac{(\overline{X}-\overline{Y})-(\mu_1-\mu_2)}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{16}+\frac{\sigma_2^2}{25}}}\sim N(0,1)$　　D．$\frac{(\overline{X}-\overline{Y})-(\mu_1-\mu_2)}{S_\omega\sqrt{\frac{1}{16}+\frac{1}{25}}}\sim t(41)$

E．$\frac{S_1^2/\sigma_1^2}{S_2^2/\sigma_2^2}\sim F(15,24)$

三、判断题：本大题共 10 小题，每小题 1 分，共 10 分。判断下列各题正误，正确的在答题卡相应位置涂“A”，错误的涂“B”。

22. 随机试验的所有可能的结果，不可能在试验前预先知道。

23. 古典概型的每个基本事件发生的可能性都相同。

24. 若 $X\sim B(9,0.1)$，则 X 的分布律为 $P\{X=k\}=\dfrac{0.1^k}{k!}e^{-9}$，$k=0,1,2,\cdots,9$。

25. 概率密度函数 $f(x)$ 的函数值可以小于 0。

26. 若二维随机变量 (X,Y) 具有概率密度 $f(x,y)=\begin{cases}1, & (x,y)\in D \\ 0, & \text{其他}\end{cases}$，其中

$D=\{(x,y)\,|\,0<x<1,0<y<1\}$，则 (X,Y) 在 D 上服从均匀分布。

27. 两个相互独立的服从正态分布的随机变量之和仍服从正态分布。

28. 若 $X\sim P(3)$，则 $D(X)=9$.

29. 若 $Cov(X,Y)$ 和 $D(Y)$ 都存在，则 $Cov(X-Y,Y)=Cov(X,Y)-D(Y)$.

30. 设总体 X 具有分布函数 $F(x)$，$X_1,X_2,\cdots,X_n$ 是来自 X 的一个样本，则 $X_1,X_2,\cdots,X_n$ 的联合分布函数为 $F^*(x_1,x_2,\cdots,x_n)=F(x_1)+F(x_2)+\cdots+F(x_n)$.

31. $t(30)$ 的概率密度比 $t(20)$ 的分布函数更接近 $\Phi(x)$.

第二部分　非选择题

四、名词解释题：本大题共 3 小题，每小题 3 分，共 9 分。

32. 两事件 A,B 互不相容

33. 随机变量 X,Y 相互独立

34. 简单随机样本

五、计算题：本大题共 5 小题，每小题 5 分，共 25 分。

35. 从 5 双不同的鞋子中任取 4 只，求 4 只鞋子都不配对的概率。

36. 某种电子元件的使用寿命 X（单位：年）具有概率密度 $f(x)=\begin{cases}0.1e^{-0.1x}, & x>0 \\ 0, & x\le 0\end{cases}$，

求该元件使用 3 年后，能再使用 5 年的概率。

37. 已知二维随机变量 (X,Y) 的分布律为

$X \backslash Y$	-1	0	1
0	0.1	0.2	0.1
1	0.1	0.2	a

求参数 a，并确定 $Z=X+Y$ 的分布律。

38. 设离散型随机变量 X 的分布律为：$P\{X=-1\}=0.3$，$P\{X=0\}=0.5$，$P\{X=2\}=0.2$，求 $E(X),D(X)$.

39. 设总体 X 的分布律为：$P(X=k)=C_2^k(1-\theta)^k\theta^{2-k}\ \ (k=0,1,2)$，其中 $\theta(0<\theta<1)$ 是未知参数。利用样本值 $2,1,0,2,0$，求 θ 的极大似然估计值。

六、综合题：本大题共 2 小题，每小题 15 分，共 30 分。

40. 某高校有 10000 名在校生，设在开馆时间内，每人以 10%的概率去图书馆自习。假设学生是否去图书馆相互独立。

（1）求在开馆时间内，任意时刻同时在图书馆自习的学生数不少于 1105 人的概率；

（2）图书馆应准备多少个座位，才能以 95%的概率保证上自习的学生都有座位？

$[\Phi(1.645)=0.95，\Phi(3.5)=0.9998]$

41. 假定考生成绩服从正态分布 $N(\mu,\sigma^2)$（σ^2 未知）。在某次语文统考中，随机抽取了 36 位考生的成绩作为样本，算得样本均值的观察值为 $\bar{x}=67.5$，样本标准差的观察值为 $s=7.8$.

（1）求 μ 的置信度为 90%的置信区间；

（2）在显著水平 $\alpha=0.05$ 下，能否认为此次考试全体考生的平均分为 72.4？

（$t_{0.025}(35)=2.0301$，$t_{0.05}(35)=1.6896$）